

Pravidelný osmiúhelník – řešený příklad.

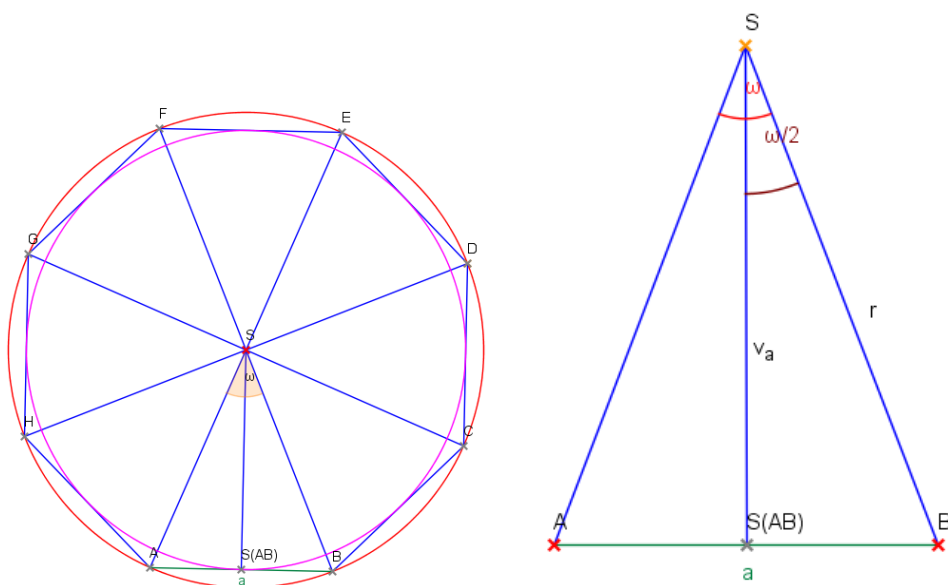
1) Zadání

Je dán pravidelný osmiúhelník o straně $a = 5 \text{ cm}$.

- Určete obvod a obsah osmiúhelníku.
- Určete poloměr kružnice opsané.
- Určete obsah vepsaného kruhu.

2) Legenda

o obvod osmiúhelníku
 S_{Δ} obsah trojúhelníku ABS
 S_O obsah osmiúhelníku
 SV obsah vepsaného kruhu
 r poloměr kružnice opsané
 v_a výška trojúhelníku ABS



3) Řešení

- a) Výpočet obvodu je velmi jednoduchý.

$$o = 8a = 8 \cdot 5 \text{ cm} = 40 \text{ cm}$$

Obvod osmiúhelníku je 40 cm.

Obsah osmiúhelníku určíme tak, že nejdříve vypočítáme obsah trojúhelníku ABS a pak tento obsah vynásobíme 8.

Pro výpočet obsahu trojúhelníku potřebuje základnu a výšku. Základnou je strana a a výška je spojnice bodů S a S_{AB} , na obrázku je označena v_a .

Výšku v_a určíme například z pravoúhlého trojúhelníku $S_{AB}BS$.

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\omega}{2}\right) = \frac{\frac{a}{2}}{v_a} \quad \text{odtud} \quad v_a = \frac{\frac{a}{2}}{\operatorname{tg}\left(\frac{\omega}{2}\right)} \quad \text{dosadíme} \quad v_a = \frac{2,5}{\operatorname{tg}\left(\frac{45^\circ}{2}\right)} \doteq 6,036 \text{ cm}$$

$$S_{\Delta} = \frac{a \cdot v_a}{2} \doteq \frac{5 \cdot 6,036}{2} \text{ cm}^2 \doteq 15,09 \text{ cm}^2$$

$$S_O = 8 \cdot S_{\Delta} \doteq 8 \cdot 15,09 \text{ cm}^2 \doteq 120,72 \text{ cm}^2$$

Obsah osmiúhelníku je přibližně 120,72 cm².

b) Poloměrem kružnice opsané je například úsečka BS, která je na obrázku označena jako r .

Tento poloměr můžeme určit například z Pythagorovy věty nebo užitím vlastností goniometrických funkcí v pravoúhlém trojúhelníku $S_{AB}BS$. Tato varianta je lepší, protože pro výpočet nepotřebujeme v_a a nevnášíme tak do výpočtu chybu způsobenou při výpočtu této výšky.

$$\sin \frac{\omega}{2} = \frac{\frac{a}{2}}{r} \quad \text{odtud} \quad v_a = \frac{\frac{a}{2}}{\sin \frac{\omega}{2}} = \frac{2,5}{\sin \frac{45^\circ}{2}} \doteq 6,533 \text{ cm}$$

Délka poloměru kružnice opsané je přibližně 6,533 cm.

c) Poloměrem kružnice vepsané je v_a .

$$S_v = \pi v_a^2 \doteq \pi \cdot 6,036^2 \text{ cm}^2 \doteq 114,459 \text{ cm}^2$$

Obsah kružnice vepsané je přibližně $114,459 \text{ cm}^2$.